MEMO



# 学年末テスト 直前リハーサル問題

本番での時間配分を意識し、時間をはかって取り組もう。
**ケアレスミスをしないように注意**すること！



数学は選択問題だ。
学年末テストの出題範囲にあわせて、下記から１～４単元選んで取り組もう。



**巻頭にとじ込んでいる解答用紙を使おう！**（提出する課題ではありません）

# 英語 学年末テスト 直前リハーサル問題

時間40分 | 100点満点

**1** 次のそれぞれの空所に適語を入れて，日本文に合う英文を完成させなさい。 （各完答２点）

(1) 私たちはあなたのお兄さんが帰宅するまで待つつもりだ。
We will wait until your brother (　　) home.

(2) ジェーンはそこへ行く必要はない。
Jane (　　) (　　) (　　) go there.

(3) この部屋は彼によってきれいにされるだろう。
This room (　　) (　　) (　　) by him.

(4) トムは休日を楽しんだようだ。
Tom seems (　　) (　　) (　　) his holidays.

(5) 切手を集めることが彼の趣味だ。
(　　) stamps (　　) his hobby.

(6) 以前に一度会っていたので，私は彼の名前を思い出した。
(　　) (　　) him once before, I remembered his name.

(7) 車の数が毎年増えていて，そのために市議会は新しい駐車場をつくることに決めた。
Because of the number of cars, (　　) (　　) increasing every year, the city council decided to build a new car park.

(8) その市場は2000年よりも40%拡大している。
The market is 40% larger (　　) it (　　) in 2000.

(9) この腕時計は私が思っていたほど古くない。
This watch isn't as (　　) (　　) I (　　).

(10) もし彼があなたの友達なら，彼はそんなことをしないだろうに。
If he (　　) your friend, he would not do such a thing.







**2** 次の語(句)を並べ替えて，意味の通る英文を完成させなさい。ただし，不要な語(句)が１つある。 （各４点）

(1) 生徒がこの辞書を使うのは必要なことだ。
(necessary / dictionary / using / for / to / use / it / students / this / is).

(2) 医者は父にタバコをやめるように言った。
The doctor (stop / smoke / told / to / my father / smoking).

(3) 上から見ると，それは何か奇妙なものに見えた。
(above / seeing / from / seen), it looked like something strange.

(4) 野菜は去年より高い。
(they / more / are / are / vegetables / than / were / expensive) last year.

(5) もしその列車に間に合っていたら，私は今頃大阪にいるのに。
(be / have / had / would / caught / if / I / I / the train / , ) in Osaka now.

**3** 次の各組の文がほぼ同じ意味になるように，英文を完成させなさい。 （各完答４点）

(1) If you run a little faster, you'll be in time for the start of the game.
(　　) a little faster, you'll be in time for the start of the game.

(2) The woman plays the piano very well. She is staying with us.
The woman (　　) (　　) (　　) (　　) (　　) plays the piano very well.

(3) Ken is so honest that he is trusted by everyone.
Ken is (　　) honest as to (　　) trusted by everyone.

(4) We are proud that we made it.
We are proud of (　　) (　　) it.

(5) I like grapes the best of all fruits.
I like grapes (　　) than (　　) (　　) fruit.

4 次の日本文を英語に訳しなさい。（各４点）

⑴ 母は私に何を読むべきか言った。

⑵ あなたにはフランス語を話す友達がいますか。

⑶ この部屋はあの部屋の２倍広い。

⑷ お金がもっとあれば私は新車が買えるのに。







5 次の英文を読み，問題に答えなさい。（24点）

I like reading. When I have time, I usually spend many hours reading on my favorite sofa. Sometimes a book is so fascinating（ ア ）I stay up till late reading it. I cannot spend a day without books.

When I was an elementary school student, my health was not good. I usually stayed indoors reading a book（ イ ）other children were playing outdoors. Books have always been with me since then. ①They have taught me a lot of things and showed me another world which was different from the ②one around me. I have learned to look at things from various angles and understand that there are different ways of thinking. I have come to be interested in people and want to *describe how they are. ③This may have made me decide to be a writer. Now I also enjoy writing books.

（ゼミオリジナル）

*describe「…を描写する」

⑴ 空所（ア）（イ）に入れるのに適切な語をそれぞれ次から選びなさい。（各３点）

how　that　what　while

⑵ 下線部①②は何を指しますか。それぞれ１語の英語で答えなさい。（各３点）

⑶ 下線部③の指す内容として最も適切な１文を本文から抜き出しなさい。（６点）

⑷ この文章に（　　）and Iというタイトルをつける場合，（　　）に入れるのに適切な１語を本文から抜き出しなさい。（６点）

# 数学　学年末テスト 直前リハーサル問題

1単元20分 | 1単元50点満点

★Ａ～Ｇから，学年末テストの範囲の単元(1～4単元)を選んで取り組もう。
★解答は，冊子の最初にある解答用紙に書き込もう。2は，途中式や考え方も書くこと。

## A 図形と計量

**1** (1)　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，次の等式を満たす $\theta$ を求めよ。　(15点)

$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

(2)　△ABC において，$a=3$，$A=60°$，$C=45°$ のとき，$c$ を求めよ。　(15点)

**2** △ABC において，$a=\sqrt{2}$，$b=2$，$A=30°$ のとき，$B$，$c$ を求めよ。　(20点)

## B データの分析

**1** (1)　次のデータは，ある9人の英語のテストの得点である。このデータの四分位数を求めよ。
(15点)

35，74，50，46，62，58，70，82，93　(点)

(2)　次のデータは，10人の生徒の小テストの結果である。このデータの分散，標準偏差を求めよ。ただし，小数第2位を四捨五入せよ。　(15点)

8，4，6，7，7，3，9，10，6，10　(点)

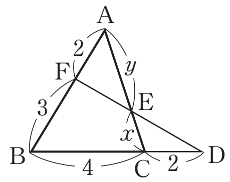
**2** A班6人の身長の平均値は165cm，B班4人の身長の平均値は150cmである。
このとき，A班とB班の生徒を合わせた10人全体の身長の平均値を求めよ。　(20点)



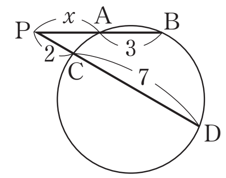


## C 図形の性質

**1** (1)　右の図において，$x:y$ を求めよ。　(15点)



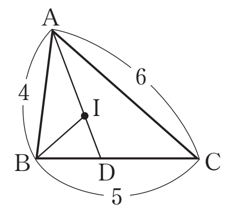

(2)　右の図において，$x$ の値を求めよ。　(15点)




**2** △ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。
AB＝4，BC＝5，CA＝6 のとき，次のものを求めよ。　(各10点)

(1)　線分 BD，DC の長さ

(2)　AI：ID



## D 式と証明

**1** (1) 次の式を計算せよ。 (15点)

$$\frac{2}{(x+1)(x-2)}-\frac{1}{x(x-2)}$$

(2) 次の等式を証明せよ。 (15点)

$$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$$

**2** $x:y:z=1:2:3$ のとき，$\dfrac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ の値を求めよ。 (20点)

## E 複素数と方程式

**1** (1) 次の式を計算せよ。 (15点)

$$\sqrt{-3}\times\sqrt{-5}$$

(2) 次の条件を満たすように，定数 $a$ の値を定めよ。 (15点)

$2x^3+x^2-3x+a$ を $2x+1$ で割ると 4 余る

**2** 整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると 5 余り，$x+2$ で割ると $-1$ 余る。このとき，$P(x)$ を $x^2+x-2$ で割ったときの余りを求めよ。 (20点)





## F 図形と方程式

**1** (1) 2点 A(1，4)，B(−2，3) について，次の点の座標を求めよ。 (15点)

線分 AB を 3：2 に外分する点

(2) 次の円の方程式を求めよ。 (15点)

2点 A(1，6)，B(3，2) を直径の両端とする円

**2** 次の条件を満たす点 P の軌跡を求めよ。 (20点)

2点 A(−1，0)，B(2，0) からの距離の比が AP：BP＝2：1 となる点 P

## G 三角関数

**1** (1) $\pi<\theta<\dfrac{3}{2}\pi$ とする。$\sin\theta=-\dfrac{3}{5}$ のとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。 (15点)

(2) $\cos 75^\circ$ の値を求めよ。 (15点)

**2** $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式を解け。 (20点)

$$\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta=-1$$

MEMO



# 学年末テスト 直前リハーサル問題

## 解答解説



ケアレスミスがないかも確認しよう!

# 英語　学年末テスト 直前リハーサル問題　解答解説

## 解答

1 (1) comes[gets]　(2) doesn't have[need] to　(3) will be cleaned　(4) to have enjoyed
(5) Collecting, is　(6) Having met[seen]　(7) which is　(8) than, was　(9) old as, thought
(10) were[was]

2 (1) It is necessary for students to use this dictionary(.)　不要語：using
(2) (The doctor) told my father to stop smoking(.)　不要語：smoke
(3) Seen from above (, it looked like something strange.)　不要語：seeing
(4) Vegetables are more expensive than they were (last year.)　不要語：are
(5) If I had caught the train, I would be (in Osaka now.)　不要語：have

3 (1) Running　(2) who[that] is staying with us　(3) so, be　(4) having made
(5) better, any other

4 (1) My mother told me what to read[what I should read].

**採点基準**
- ☑ 文の骨格 S＋V＋IO＋DO（My mother told me ...）が書けている（２点）
- ☑「何を…するべきか」what to ...[what I should ...] が書けている（１点）
- ☑「読む」readが表せている（１点）

(2) Do you have a friend who[that] speaks[(any) friends who[that] speak] French?

**採点基準**
- ☑ 文の骨格Do you have a friend?が書けている（２点）
- ☑ 関係代名詞who[that]で始まる節でa friendを修飾している（１点）
- ☑「フランス語を話す」speaks Frenchが書けている（１点）

(3) This room is twice as large as that one[room].

**採点基準**
- ☑ 文の骨格S＋V＋C（This room is large）が書けている（１点）
- ☑「～の２倍」を表現できている（２点）
- ☑ 比較の対象の「あの部屋」を表せている（１点）

(4) If I had more money[With more money], I could buy[get] a new car. / I could buy[get] a new car if I had more money.

**採点基準**
- ☑ 全体を仮定法過去で表せている（２点）
- ☑「お金がもっとあれば」が書けている（１点）
- ☑「私は新車が買える」が書けている（１点）

5 (1)(ア) that　(イ) while　(2)① Books[books]　② world
(3) I have come to be interested in people and want to describe how they are.　(4) Books





## 解説



1 (1)「帰宅する」のは未来のことだが，until以下は〈時〉を表す副詞節なので，未来のことも現在形で表す。主語がyour brotherなので三単現の-sを忘れないこと。

(2)「…する必要はない」を３語で表すのでdon't have[need] to ...を用いる。主語がJaneなのでdoesn't have[need] toとする。

**ミス注意！**
三人称単数現在形に注意！　主語がheやsheのような代名詞の場合だけでなく，単数形の普通名詞や固有名詞でも，現在形の動詞の形に気をつけよう。

(3)「きれいにされる」は受動態。未来のことなのでwillを用いる。受動態の文に助動詞を加えるときは〈助動詞＋be＋過去分詞〉とする。

(4)「…ようだ」を〈seem＋to不定詞〉で表す。「楽しんだ」のは「ようだ」と思っている時点より前のことなので，完了形の不定詞〈to have＋過去分詞〉を用いる。

(5)「…を集めること」を１語で表すので動名詞。Collecting stampsが文の主語。動名詞で始まる語句のまとまりは単数扱い。複数形stampsにつられないように注意。

(6) 空所の数からBecause I ...とはできないので分詞構文と判断する。「会った」のは「思い出した」より前なので完了形の分詞構文〈having＋過去分詞 ...〉を用いる。

**確認　完了形の準動詞**
準動詞（＝不定詞，動名詞，分詞）の表す〈時〉が述語動詞が表す〈時〉よりも前の場合，完了形の不定詞〈to have＋過去分詞〉，完了形の動名詞〈having＋過去分詞〉，完了形の分詞〈having＋過去分詞〉を用いる。

(7) (　　)... yearはコンマで挟まれた挿入節で，「車の数」を補足説明しているので，関係代名詞の非制限用法を用いると考える。「増えている」のは「(車の) 数」なので先行詞はthe numberで，whichを用いる。関係代名詞thatには非制限用法はない。先行詞が単数形なのでis (increasing)とする。carsにつられてareとしないよう気をつけよう。

(8) 比較級largerの後にthanを置く。it＝the market。2000年の状態と現在の状態を比べるので，The market isに対してit wasとする。

(9)「…ほど～ない」はnot as[so] ～ as ...で表すので，「…ほど古くない」は isn't as old as ...となる。２つ目のasの後は「私が思っていた」をI thoughtと表す。

(10) 日本文とwould not doから，現在の事実に反する仮定を表す仮定法過去と考える。仮定法過去のif節では，be動詞は主語にかかわらずwereを用いることが多い。ただし，口語ではwasを用いることもある。

2 (1) 語群のitとtoより〈It is ...＋to不定詞〉の形式主語構文と考える。「生徒が」はto不定詞の意味上の主語なので，for studentsをto use this dictionaryの前に置く。

(2)「Oに…するように言う」は〈tell＋O＋to不定詞〉，「…するのをやめる」はstop -ing。stopは目的語にto不定詞でなく動名詞を用いる。

(3)「上から見ると」を分詞構文で表す。分詞構文の意味上の主語は文の主語itと同じなので，「上から見られると」という受動の意味で組み立てる。受動態の分詞構文は〈Being＋過去分詞〉だが，Beingは省略されることが多い。

(4)「野菜は…より高い」はVegetables are more expensive than …で，they，are，wereが残る。they＝vegetablesで，去年の状態は過去時制で表すのでwereを用いる。

**ミス注意！**
時制に注意！　日本文に「した」「だった」などの表現がなくても，いつのことなのかをよく考えて正しい時制を選ぼう。

(5)「もしその列車に…ていたら」は過去の事実に反する仮定を表しているので仮定法過去完了〈if＋S′＋had＋過去分詞〉で表し，その仮定の結果として現在の事実に反する想像をしている「私は今ごろ～のに」は仮定法過去〈S＋助動詞の過去形＋動詞の原形〉の形で表す。

**確認**　仮定法過去は現在の事実に反する，仮定法過去完了は過去の事実に反する仮定
いつのことを述べるのかに注意。「(過去に）…していたら，(今は）～なのに」という場合は，If節が仮定法過去完了，主節が仮定法過去と，If節と主節で時制が異なる。

**3** (1) If you runを１語で表すので，分詞構文。接続詞と主語を削除し，runを現在分詞runningにする。「もう少し速く走れば，あなたは試合開始に間に合うだろう」

**ミス注意！**
スペリングミスに注意！　動詞の三人称単数現在形や-ing形・過去形・過去分詞，名詞の複数形などのスペリングには特に気をつけよう。

(2)「私たちのところに滞在している」が「その女性」を修飾するように，上の第２文のSheを関係代名詞who[that]にして下の第１文のThe womanの直後に続ける。「私たちのところに滞在しているその女性はとても上手にピアノを弾く」

(3) 下の文のas toに着目。〈so … that ～〉は〈so … as＋to不定詞〉「～するほどに…」で書き換えられるので，１つ目の空所はso。asの後はto不定詞なので，上の文のis trustedをto be trustedに変える。「ケンはとても正直なのでみんなに信用されている」

(4)〈be proud＋that節〉を〈be proud of -ing〉「…することを誇りに思う」の形にする。主節の時制が現在で，that節の時制が過去なので，ここでは完了形の動名詞〈having＋過去分詞〉を用いる。「私たちは成功したことを誇りに思っている」

(5) 上は「すべての果物の中で一番好き」という最上級の文。下の文にthanがあるので，「ほかのどんな果物より好き」という比較級の文にする。bestを比較級betterにし，than any other＋単数名詞を続ける。「私はほかのどんな果物よりブドウが好きだ」

**4** (1)「人に物・事を言う」という文は〈tell＋人＋物・事〉で表せる。「…するべきか」は〈疑問詞＋to不定詞〉または〈疑問詞＋S′＋should …〉で表す。

(2)「あなたには友達がいますか」をまず作る。「友達」は単数でも複数でもよいが，単数なら冠詞aが必要。「フランス語を話す」を関係代名詞節で表して「友達」の後に置くが，「友達」が単数ならspeaks，複数ならspeakとすることにも気をつけよう。

**ミス注意！**
冠詞もれに注意！　数えられる名詞の単数形には冠詞がつくのが普通。特定のものならthe，不特定のものならa[an]を忘れないようにしよう。

(3)「Aの…倍～」は〈… times as ～ as A〉。ただし，「２倍」はtwo timesよりtwiceの方が普通。「あの部屋」のroomは既出なのでoneで受ける。







(4)「買えるのに」より，現在の事実に反する仮定を表す仮定法過去〈If＋S′＋動詞の過去形 …, S＋助動詞の過去形＋動詞の原形～.〉で表す。助動詞はcouldを用いる。「…があれば」はwithを使って表すこともできる。

**ミス注意！**
ピリオドやクエスチョンマークのもれに注意！　文を書いたら，「.」や「?」を忘れていないか，必ず見直そう。

**5** (1)（ア）では，「本がとても魅力的」と「それを読みながら夜更かしする」をつなぐものとしてso … that ～「とても…なので～」が適切。（イ）を含む文では，「ほかの子どもたちが屋外で遊んでいた」と「私はたいてい屋内で本を読んでいた」が対比的なので，空所にはwhile「だが一方」が適切。

(2) 下線部①②を含む文は「Theyは私に多くのことを教えてくれ，私の周りのoneとは違う別の世界を見せてくれた」という意味。①多くのことを教えてくれた複数名詞を前文に探すとBooks。②前にある単数名詞worldを指す代名詞と考えると意味が通る。

(3) 下線部③を含む文は「このことが作家になろうと私に決心させたのかもしれない」という意味。作家になると決めた理由を述べているのは直前の文「人々に興味を持ち，彼らの様子を描写したいと思うようになった」である。

(4) 第１段落では読書が好きであること，第２段落では本のおかげで人々に関心を持つようになり，作家になる決心をしたことが述べられ，最後に「本を（読むのも）書くのも楽しい」と言っている。タイトルは文章全体にかかわるものであり，「本と私」が適切。

# 数学　学年末テスト 直前リハーサル問題　解答解説

## A 図形と計量

**1** (1) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす $\theta$ を求めよ。 (15 点)

$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

(2) $\triangle$ABC において，$a=3$，$A=60^\circ$，$C=45^\circ$ のとき，$c$ を求めよ。 (15 点)

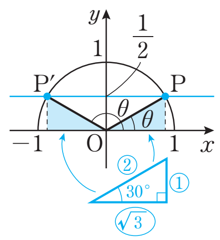
### 解答

(1) 単位円周上で，$y$ 座標が $\frac{1}{2}$ となるのは，

右の図の点 P と P′ である。

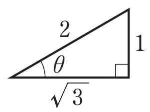
よって，$\sin\theta = \frac{1}{2}$ を満たす $\theta$ は，

$\theta = 30^\circ,\ 150^\circ$ ……(答)




**ミス注意！**

右の直角三角形を考えて，「$\theta=30^\circ$」としないようにしよう。




$\theta=30^\circ$ は答えの 1 つだが，鈍角の場合を忘れている。

解答のように，等式を満たす $\theta$ を求める場合は，原点を中心とする半径 1 の半円をかいてみよう。そうすれば求める $\theta$ がいくつあるかを図から確認できる。$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，$\sin\theta = k$ $(0 \leqq k < 1)$ を満たす角は 2 つあることに注意しよう。

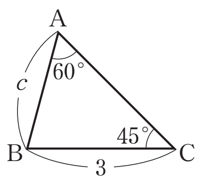
(2) 正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{c}{\sin C}$ より，

$$\frac{3}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ}$$

$$c = \frac{3}{\sin 60^\circ} \times \sin 45^\circ$$

$$= \left(3 \div \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$ ……(答)




**確認　正弦定理**

$\triangle$ABC において，外接円の半径を $R$ とすると

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

**ミス注意！**

「$c = \dfrac{3}{\sin 60^\circ} \times \sin 45^\circ$

$= 3 \times \cancel{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$= \dfrac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ ……(答)」

としないようにしよう。$\sin 60^\circ$ が分母だから割り算になるね。





**2** $\triangle$ABC において，$a=\sqrt{2}$，$b=2$，$A=30^\circ$ のとき，$B$，$c$ を求めよ。 (20 点)

### 解答

正弦定理により，$\dfrac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} = \dfrac{2}{\sin B}$

よって，$\sin B = \dfrac{2\sin 30^\circ}{\sqrt{2}} = 2 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

ここで，$A+B < 180^\circ$，$A=30^\circ$ より，

$0^\circ < B < 150^\circ$ だから，$B=45^\circ,\ 135^\circ$

**確認　正弦定理**

$\triangle$ABC において，外接円の半径を $R$ とすると

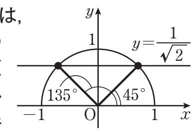
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

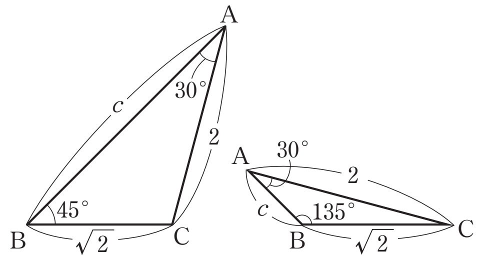
**ミス注意！**

$\sin B = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす角が $B=45^\circ$ だけであると解答してしまうミスが多い。

$\sin\theta$ の値から角を求める場合，この問題のように満たす角が 2 つあることが多い。

$\sin\theta$ や $\cos\theta$ の値から角を求めるときは，右の図のような原点を中心とする半径 1 の半円をかいてから求める習慣をつけると，間違いが防げる。




(i) $B=45^\circ$ のとき，余弦定理により，

$$2^2 = c^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot c \cdot \sqrt{2}\cos 45^\circ$$

$$4 = c^2 + 2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot c \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$c^2 - 2c - 2 = 0$$

$$c = 1 \pm \sqrt{1 - 1 \cdot (-2)} = 1 \pm \sqrt{3}$$

$c>0$ だから，$c = 1+\sqrt{3}$

(ii) $B=135^\circ$ のとき，余弦定理により，

$$2^2 = c^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot c \cdot \sqrt{2}\cos 135^\circ$$

$$4 = c^2 + 2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot c \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$c^2 + 2c - 2 = 0$$

$$c = -1 \pm \sqrt{1 - 1 \cdot (-2)} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$c>0$ だから，$c = -1+\sqrt{3}$

(i)，(ii)より，

$$\left.\begin{array}{l} B=45^\circ,\quad c=1+\sqrt{3} \\ B=135^\circ,\ c=-1+\sqrt{3} \end{array}\right\}$$ ……(答)

**確認　余弦定理**

$\triangle$ABC において，

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$

**ミス注意！**

2 次方程式 $c^2-2c-2=0$ を解の公式で解いて，$c=1\pm\sqrt{3}$

このうちの負であるものも答えにしてしまうミスが多い。

$c$ は辺の長さだから必ず正になる。解の公式で 2 つの値が出てきたら，まず，それぞれが正か負かをしっかり確認しよう。

### 解説

この問題では，角の大きさを求めるために正弦定理を，辺の長さを求めるために余弦定理を用いている。余弦定理のみを用いて解くこともできるが，計算量がかなり増えてしまうので，本問のように，2 辺とそのうちの 1 辺の対角が与えられている場合は正弦定理を使って角を求められないか考えてみよう。

**確認　2 辺と 1 対角が与えられている場合**

Step1　正弦定理を用いてもう 1 つの対角の大きさを求める。

Step2　余弦定理を用いて残りの辺の長さを求める。

## B データの分析

**1** (1) 次のデータは，ある 9 人の英語のテストの得点である。このデータの四分位数を求めよ。　(15 点)

35，74，50，46，62，58，70，82，93　(点)

(2) 次のデータは, 10 人の生徒の小テストの結果である。このデータの分散, 標準偏差を求めよ。ただし，小数第 2 位を四捨五入せよ。　(15 点)

8，4，6，7，7，3，9，10，6，10　(点)

### 解答

(1) データを値の小さい順に並べると，

35，46，50，58，62，70，74，82，93

データの大きさが奇数なので，5 番目の数が第 2 四分位数(中央値)であるから，

$Q_2=62$(点)　……**(答)**

第 1 四分位数は，下位のデータの中央値であるから，2 番目と 3 番目の平均値を求めて，

$Q_1=\dfrac{46+50}{2}=48$(点)　……**(答)**

第 3 四分位数は，上位のデータの中央値であるから，7 番目と 8 番目の平均値を求めて，

$Q_3=\dfrac{74+82}{2}=78$(点)　……**(答)**

(2) 得点を $x$ 点とし，データの平均値を $\overline{x}$ とすると，

$$\overline{x}=\frac{8+4+6+7+7+3+9+10+6+10}{10}=\frac{70}{10}=7\text{(点)}$$

よって，偏差と偏差の 2 乗をまとめると，次のようになる。

| $x$ | 8 | 4 | 6 | 7 | 7 | 3 | 9 | 10 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 偏差 $x-\overline{x}$ | 1 | $-3$ | $-1$ | 0 | 0 | $-4$ | 2 | 3 | $-1$ | 3 |
| (偏差)$^2$ $(x-\overline{x})^2$ | 1 | 9 | 1 | 0 | 0 | 16 | 4 | 9 | 1 | 9 |

これより，分散 $s^2$ は，

$$s^2=\frac{1}{10}(1+9+1+0+0+16+4+9+1+9)=\frac{50}{10}=5$$ ……**(答)**

標準偏差は，

$s=\sqrt{5}\fallingdotseq 2.2$(点)　……**(答)**

［別解］ 分散の公式を使う分散の求め方

得点を $x$ 点とすると，

| $x$ | 8 | 4 | 6 | 7 | 7 | 3 | 9 | 10 | 6 | 10 | 計 70 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | 64 | 16 | 36 | 49 | 49 | 9 | 81 | 100 | 36 | 100 | 計 540 |

$x$ のデータの平均値 $\overline{x}$ は，$\overline{x}=\dfrac{70}{10}=7$(点)

また，$x^2$ のデータの平均値 $\overline{x^2}$ は，$\overline{x^2}=\dfrac{540}{10}=54$

よって，分散 $s^2$ は，

$s^2=\overline{x^2}-(\overline{x})^2=54-7^2=5$　……**(答)**

**ミス注意！**

まず，データを値の小さい方から順に並べ替えて書き，書いた値は，問題文に印をつけて，書き出すときのダブりやモレを防ごう。

また，書くときに，前の数値を見て，それより大きくなっているかチェックしたり，書き終えたあとにデータの個数が合っているかチェックするのも，ミスを防ぐコツだ。

**確認　四分位数**

データの大きさが奇数の場合

下位のデータ　上位のデータ

●…■▲…◆ ☆ ○…□△…◇

中央値 ＝ 第1四分位数 $Q_1$　中央値 ＝ 第2四分位数 $Q_2$　中央値 ＝ 第3四分位数 $Q_3$

**確認　平均値**

$(\text{平均値})=\dfrac{(\text{データの値の合計})}{(\text{データの個数})}$

分散は，(偏差)$^2$ の平均値だから，まず，偏差 $x-\overline{x}$，そして，その 2 乗を計算する。

**ミス注意！**

面倒な分散の計算はミスしやすいが，解答のような表にまとめると，スッキリ効率よく計算できる。このような工夫もミス防止に効果あり！

**確認　分散**

(分散)＝{(偏差)$^2$ の平均値}

(標準偏差)＝$\sqrt{(\text{分散})}$

**確認　分散の公式**

$(\text{分散})=\left(\begin{array}{c}x^2\text{のデータ}\\ \text{の平均値}\end{array}\right)-\left(\begin{array}{c}x\text{のデータ}\\ \text{の平均値}\end{array}\right)^2$





**2** A 班 6 人の身長の平均値は 165cm，B 班 4 人の身長の平均値は 150cm である。このとき，A 班と B 班の生徒を合わせた 10 人全体の身長の平均値を求めよ。　(20 点)

### 解答

A 班 6 人の身長を　$x_1$，$x_2$，$x_3$，$x_4$，$x_5$，$x_6$(cm)

B 班 4 人の身長を　$y_1$，$y_2$，$y_3$，$y_4$(cm)

とおくと，平均値の条件から，

$\dfrac{1}{6}(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6)=165$

より，$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=990$　……①

$\dfrac{1}{4}(y_1+y_2+y_3+y_4)=150$

より，$y_1+y_2+y_3+y_4=600$　……②

ゆえに, A 班と B 班の生徒を合わせた 10 人全体の平均値を $m$ とすると，

①，②より，

$$m=\frac{1}{10}(x_1+x_2+\cdots+x_6+y_1+y_2+y_3+y_4)$$

$$=\frac{1}{10}(990+600)$$

$=159$(cm)　……**(答)**

**確認　平均値**

$(\text{平均値})=\dfrac{(\text{データの値の合計})}{(\text{データの個数})}$

**ミス注意！**

「10 人の身長の平均値は，

$\cancel{\dfrac{165+150}{2}=157.5\text{(cm)}}$

……(答)」

というように，いきなり，それぞれの平均値をそのまま足して 2 で割るミスはよくある。しかし，これは正しい平均値ではない。

$(\text{平均値})=\dfrac{(\text{データの値の合計})}{(\text{データの個数})}$

だから，これを正しく使おう。

つまり，本問では，

$\dfrac{(\text{A班の平均値})\times 6+(\text{B班の平均値})\times 4}{6+4}$

となる。

### 解説

身長を文字でおき，平均値を式で表して考える。

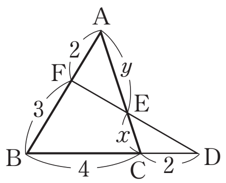
平均値と班の人数がわかっているので，それぞれの班の生徒の身長の総和が求められる。その値を利用し，2 つの班を合わせた平均値を求める。

**確認　データの一部の平均値から全体の平均値を求める方法**

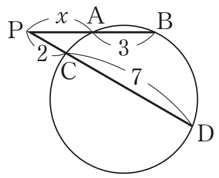
データの値を文字でおき，一部の平均値や全体の平均値を式で表し，一部の平均値から求めた一部の値の合計を全体の平均値の式に代入して全体の平均値を求める。

# C 図形の性質

**1** (1) 右の図において，$x:y$ を求めよ。 (15 点)




(2) 右の図において，$x$ の値を求めよ。 (15 点)




## 解答

(1) △ABC と直線 DF について，メネラウスの定理により，

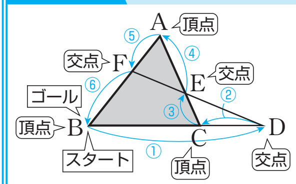
$$\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}\cdot\frac{AF}{FB}=1$$

$$\frac{6}{2}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{2}{3}=1$$

$$\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$$

したがって，$x:y=1:2$ ……(答)

**確認 メネラウスの定理**




$$\frac{①}{②}\cdot\frac{③}{④}\cdot\frac{⑤}{⑥}=1$$

頂点からスタートし，交点→頂点→交点→頂点→…の順で一筆書きに移動するのを確認しよう。

(2) 点 P は円の 2 つの弦 AB，CD の延長の交点であるから，方べきの定理より，PA・PB＝PC・PD が成り立つ。

PB＝$x+3$，PD＝9 だから，

$$x(x+3)=2\cdot 9$$

$$x^2+3x-18=0$$

$$(x-3)(x+6)=0$$

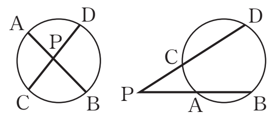
よって，$x>0$ より，

$x=3$ ……(答)

**確認 方べきの定理**

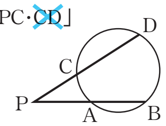
下の図のように，直線 AB と CD の交点を P とするとき，

PA・PB＝PC・PD




**ミス注意！**

方べきの定理を「PA・~~AB~~＝PC・~~CD~~」としないようにしよう。公式に現れる線分はすべて交点 P から始まることを覚えておこう。



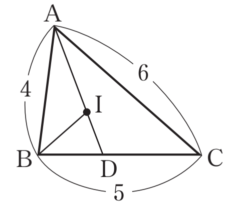





**2** △ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。AB＝4，BC＝5，CA＝6 のとき，次のものを求めよ。 (各 10 点)

(1) 線分 BD，DC の長さ

(2) AI：ID




## 解答

(1) AD は ∠BAC の二等分線だから，

BD：DC＝AB：AC

＝4：6

＝2：3

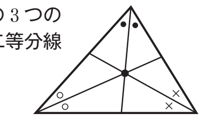
BC＝5 だから，

$$BD=5\times\frac{2}{2+3}=2$$ ……(答)

$$DC=5\times\frac{3}{2+3}=3$$ ……(答)

**確認 三角形の内心**

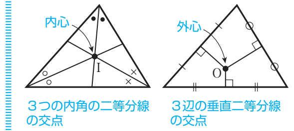
三角形の 3 つの内角の二等分線の交点。



**ミス注意！**

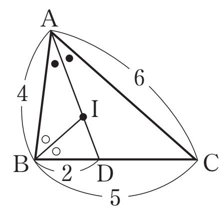
三角形の内心と外心を混同してしまい，正しく条件が引き出せないことによる立式ミスが多い。

内心と外心を比較しながらそれぞれの性質を覚えよう。




混乱しそうになったら図をかくことが大切だ。

(2)




BI は ∠ABC の二等分線だから，

△ABD において，

AI：ID＝BA：BD

＝4：2

＝2：1 ……(答)

## 解説

三角形の内心が 3 つの内角の二等分線の交点であることから，角の二等分線と比の公式を用いて問題を解いている。この問題のように，内心の性質だけを用いる問題よりも，他の公式・定理と組み合わせて解決する問題の方が多いので，内心ときたら角の二等分線のように，使えるパターンを覚えておこう。

**確認 三角形の内心の性質を用いた問題の解き方**

Step1 与えられた点の条件から分かること（内心ならば内角の二等分線の交点，内接円の中心など）を書き出してみる。

Step2 Step1 であげた条件からさらにいえることを考える。

数学

# D 式と証明

**1** (1) 次の式を計算せよ。 (15 点)

$$\frac{2}{(x+1)(x-2)}-\frac{1}{x(x-2)}$$

(2) 次の等式を証明せよ。 (15 点)

$$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$$

## 解答

(1) (与式)

$$=\frac{2x}{x(x+1)(x-2)}-\frac{x+1}{x(x+1)(x-2)}$$

$$=\frac{2x-(x+1)}{x(x+1)(x-2)}$$

$$=\frac{2x-x-1}{x(x+1)(x-2)}$$

$$=\frac{x-1}{x(x+1)(x-2)} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

**ミス注意！**

「$\dfrac{2x}{x(x+1)(x-2)}-\dfrac{x+1}{x(x+1)(x-2)}$

$=\dfrac{2x-\cancel{x+1}}{x(x+1)(x-2)}$」のように，分子の計算で符号を間違えないようにしよう。

分数式を計算するときは，「分子をカタマリでとらえる」ことを意識しよう。分数式の前の－(マイナス)は見落としやすいので，要注意。

(2) (左辺) $=(x^2+2xy+y^2)+(x^2-2xy+y^2)$

$=2x^2+2y^2$

$=2(x^2+y^2)$

$=$(右辺)

よって，

$$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$$

(証明終わり)

**ミス注意！**

等式の証明では，与えられた等式から変形を始めていってはダメだ。

・(左辺)を変形して(右辺)にする [本解]

・(左辺)と(右辺)をそれぞれ変形して，同じ式を導く [別解 1]

・(左辺)－(右辺)を計算して，「＝0」になることを示す [別解 2]

のどれかの方針をとろう。

[別解 1]

(左辺) $=(x^2+2xy+y^2)+(x^2-2xy+y^2)$

$=2x^2+2y^2$

(右辺) $=2x^2+2y^2$

よって，$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$

(証明終わり)

[別解 2]

(左辺)－(右辺) $=(x+y)^2+(x-y)^2-2(x^2+y^2)$

$=(x^2+2xy+y^2)+(x^2-2xy+y^2)-2x^2-2y^2$

$=0$

よって，$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$

(証明終わり)





**2** $x:y:z=1:2:3$ のとき，$\dfrac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ の値を求めよ。 (20 点)

## 解答

$x:y:z=1:2:3$ より，

$$\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}=k \quad (k \neq 0)$$

とおくと，

$$x=k,\ y=2k,\ z=3k$$

これを与えられた式に代入すると，

$$(\text{与式})=\frac{k\cdot 2k+2k\cdot 3k+3k\cdot k}{k^2+(2k)^2+(3k)^2}$$

$$=\frac{2k^2+6k^2+3k^2}{k^2+4k^2+9k^2}$$

$$=\frac{11k^2}{14k^2}$$

$$=\frac{11}{14} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

**ミス注意！**

$x$，$y$，$z$ の値を，比と同じ値にしないようにしよう。

つまり「$x:y:z=1:2:3 \Longrightarrow \cancel{x=1,\ y=2,\ z=3}$」のように，与えられた比をそのまま文字の値とするのは誤りだ。例えば，$x=2$，$y=4$，$z=6$ のときも $x:y:z=1:2:3$ となるが，考慮できていない。

このように，$x:y:z=$○：△：□ のように比が与えられている場合，解答のように比の値の形に直し，文字 $k$ を使って表す。

$x:y:z=a:b:c$ より，

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=k\ (k \neq 0)$$

$$\Longleftrightarrow x=ak,\ y=bk,\ z=ck \quad (k \neq 0)$$

**ミス注意！**

自分で設定した文字のとり得る値の範囲の確認をしよう。

$\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}=k \quad (k \neq 0)$

この $k \neq 0$ の条件を忘れるミスが多い。

## 解説

連比 $x:y:z=a:b:c$ などの比例式が条件として与えられたときは，$\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}$ と変形して，「$=k$」とおくとよい。

すると，$x=ak$，$y=bk$，$z=ck$ となるから，これを与えられた式に代入すれば，文字数を減らすことができる。

ただし，$k \neq 0$ であることを断っておこう。なぜなら，もし $k=0$ だとすると，$x=a\cdot 0=0$，$y=b\cdot 0=0$，$z=c\cdot 0=0$ より，$0:0:0=a:b:c$ ……これはおかしい。つまり，$x$，$y$，$z$ は決して 0 にはならない。

このように，比例式や連比が具体的な数値で与えられているときは注意しよう。

**確認　比例式が条件に与えられたときの式の値を求める**

Step1　比例式を「$=k$」とおいて文字を減らす。

Step2　与えられた式に代入して値を求める。

## E　複素数と方程式

**1**　(1)　次の式を計算せよ。　(15 点)

$\sqrt{-3}\times\sqrt{-5}$

(2)　次の条件を満たすように，定数 $a$ の値を定めよ。　(15 点)

$2x^3+x^2-3x+a$ を $2x+1$ で割ると 4 余る

### 解答

(1)

$$\sqrt{-3}\times\sqrt{-5}$$
$$=\sqrt{3}\,i\times\sqrt{5}\,i$$
$$=\sqrt{3\times5}\,i^2$$
$$=-\sqrt{15}\quad\cdots\cdots\text{(答)}$$

**ミス注意！**

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

という公式は，$a<0$，$b<0$ のときは使えないので

「$\sqrt{-3}\times\sqrt{-5}$
$\cancel{=\sqrt{(-3)\times(-5)}}$
$=\sqrt{15}$」

とするのは誤りだ。

$\sqrt{\phantom{a}}$ の中が負の数のときは必ず，$\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i$　$(a>0)$ と $i$ を使って表すクセをつけよう。

(2)　$P(x)=2x^3+x^2-3x+a$ とおく。

$P(x)$ を $2x+1$ で割ったときの余りが 4 だから，

$$P\left(-\frac{1}{2}\right)=4$$

よって，

$$2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+a=4$$
$$-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{2}+a=4$$
$$a=\frac{5}{2}\quad\cdots\cdots\text{(答)}$$

**確認　剰余の定理**

整式 $P(x)$ を 1 次式 $ax+b$ で割ったときの余りは，$P\left(-\dfrac{b}{a}\right)$

**ミス注意！**

「$P\left(\cancel{\dfrac{1}{2}}\right)=4$」というように剰余の定理を使うときの符号ミスに注意しよう。

(割る式) $=0$ となる $x$ の値を代入する，と覚えよう。





**2**　整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると 5 余り，$x+2$ で割ると $-1$ 余る。このとき，$P(x)$ を $x^2+x-2$ で割ったときの余りを求めよ。　(20 点)

### 解答

$P(x)$ を $x-1$，$x+2$，$x^2+x-2$ で割ったときの商をそれぞれ $Q_1(x)$，$Q_2(x)$，$Q_3(x)$ とおく。

また，$P(x)$ を 2 次式 $x^2+x-2$ で割ったときの余りの次数は 1 次以下になるので，$ax+b$ とおくと，

$$P(x)=(x-1)Q_1(x)+5\quad\cdots\cdots①$$
$$P(x)=(x+2)Q_2(x)-1\quad\cdots\cdots②$$
$$P(x)=(x^2+x-2)Q_3(x)+ax+b$$
$$=(x-1)(x+2)Q_3(x)+ax+b\quad\cdots\cdots③$$

と表せる。

①，③で，$x=1$ とすると，

$$P(1)=(1-1)Q_1(1)+5=5$$
$$P(1)=(1-1)(1+2)Q_3(1)+a\cdot1+b=a+b$$

よって，$a+b=5$　……④

②，③で，$x=-2$ とすると，

$$P(-2)=(-2+2)Q_2(-2)-1=-1$$
$$P(-2)=(-2-1)(-2+2)Q_3(-2)+a\cdot(-2)+b$$
$$=-2a+b$$

よって，$-2a+b=-1$　……⑤

④，⑤を解いて，$a=2$，$b=3$

したがって，求める余りは，$2x+3$　……(答)

**ミス注意！**

「$P(x)$ を 2 次式 $x^2+x-2$ で割ったときの余りを $\cancel{t}$ とおく」としないようにしよう。

余りはいつも 1 文字で表せるわけではない。

(割る式の次数) > (余りの次数) だから，●次式で割ったときの余りは (● − 1) 次以下の整式になる。つまり，割る式が 2 次式のときの余りは 1 次式か定数となるから，$ax+b$ とおく。

**確認　割り算の商と余りの関係**

整式 $A$ を整式 $B$ で割ったときの商を $Q$，余りを $R$ とすると，

$A=BQ+R$

ただし，($R$ の次数) < ($B$ の次数)

### 解説

整式 $A$ を整式 $B$ で割ったときの商を $Q$，余りを $R$ とすると，

$A=BQ+R$，($R$ の次数) < ($B$ の次数)

である。$P(x)$ を 2 次式で割ったときの余りは，割る式よりも次数が低いので，1 次式か定数である。

よって，余りは $ax+b$ ($a$ が 0 のとき余りは定数になる) とおける。

$x^2+x-2=(x-1)(x+2)$ だから，商を $Q_3(x)$ とすると，

$P(x)=(x-1)(x+2)Q_3(x)+ax+b$

と表せる。これに，$x=1$，$-2$ を代入して，$a$，$b$ についての連立方程式をつくって解けばよい。

**確認　余りについての問題**

整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-\alpha$，$x-\beta$ で割ったときの余りがそれぞれ与えられたとき，$P(x)$ を 2 次式 $(x-\alpha)(x-\beta)$ で割ったときの余りを求めるには，

Step1　$P(x)$ を 2 次式 $(x-\alpha)(x-\beta)$ で割ったときの商を $Q(x)$，余りを $ax+b$ とおいて，$P(x)$ を式で表す。

Step2　$P(x)$ を 1 次式 $x-\alpha$，$x-\beta$ で割ったときの余りについての条件から，$a$，$b$ についての連立方程式をつくり，それを解く。

Step3　Step2 で求めた $a$，$b$ を $ax+b$ に代入して，余りを求める。

# F 図形と方程式

**1** (1) 2 点 A(1, 4), B(−2, 3) について，次の点の座標を求めよ。 (15 点)

線分 AB を 3：2 に外分する点

(2) 次の円の方程式を求めよ。 (15 点)

2 点 A(1, 6), B(3, 2) を直径の両端とする円

## 解答

(1) $\left(\dfrac{-2\times1+3\times(-2)}{3-2},\ \dfrac{-2\times4+3\times3}{3-2}\right)$

よって，

$(-8,\ 1)$ ……(答)

**確認 線分の内分点，外分点**

2 点 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ に対して，

線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は，

$\left(\dfrac{nx_1+mx_2}{m+n},\ \dfrac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$

線分 AB を $m:n$ に外分する点の座標は，

$\left(\dfrac{-nx_1+mx_2}{m-n},\ \dfrac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$

**ミス注意！**

「$\cancel{\left(\dfrac{2\times1-3\times(-2)}{3-2},\ \dfrac{2\times4-3\times3}{3-2}\right)}$」

のように線分の外分点の公式で，−（マイナス）をつける部分を間違えないようにしよう。

「$m:n$ に外分」ときたら，

$m:(-n)$ に内分と考えよう。

公式の−（マイナス）がつく部分に気をつけよう。

(2) 求める円の中心 C は線分 AB の中点であるから，

$C\left(\dfrac{1+3}{2},\ \dfrac{6+2}{2}\right)$ すなわち，C(2, 4)

また，半径は，$AC=\sqrt{(2-1)^2+(4-6)^2}=\sqrt{5}$

よって，求める円の方程式は，

$(x-2)^2+(y-4)^2=5$ ……(答)

**確認 円の方程式**

点 $(a,\ b)$ を中心とする，半径が $r$ の円の方程式は，

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ←(半径)$^2$

**ミス注意！**

「$(x-2)^2+(y-4)^2=\cancel{\sqrt{5}}$

……(答)」

のように円の方程式の右辺を(半径)$^2$ にすべきところを半径にしないようにしよう。





**2** 次の条件を満たす点 P の軌跡を求めよ。 (20 点)

2 点 A(−1, 0), B(2, 0) からの距離の比が AP：BP＝2：1 となる点 P

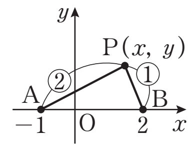
## 解答

$P(x,\ y)$ とおく。

AP：BP＝2：1 より，AP＝2BP

両辺を 2 乗して，$AP^2=4BP^2$ ……①

$A(-1,\ 0)$, $B(2,\ 0)$, $P(x,\ y)$ より，




$AP^2=(x+1)^2+y^2$

$BP^2=(x-2)^2+y^2$

これらを①に代入すると，

$$(x+1)^2+y^2=4\{(x-2)^2+y^2\}$$

$$x^2+2x+1+y^2=4(x^2-4x+4+y^2)$$

$$x^2+2x+1+y^2=4x^2-16x+16+4y^2$$

$$3x^2-18x+3y^2+15=0$$

$$x^2-6x+y^2+5=0$$

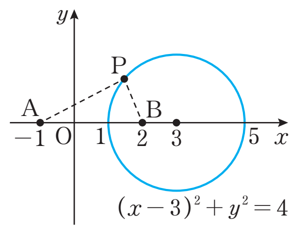
$$(x-3)^2+y^2=4 \quad \cdots\cdots②$$

ゆえに，条件を満たす点 P は，円②上にある。

逆に，円②上にある任意の点 P は，条件である AP：BP＝2：1 を満たしている。

よって，求める軌跡は，

中心 (3, 0)，半径 2 の円 ……(答)




**ミス注意！**

両辺を 2 乗するときに計算ミスをしないようにしよう。

AP = 2BP

$\cancel{AP^2 = 2BP^2}$ 両辺を 2 乗

係数の 2 を 2 乗するのを忘れている。

**確認 2 点間の距離**

2 点 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ 間の距離は，

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

**ミス注意！**

「点 P の軌跡を求めよ。」という問題では，「点 P がどのような図形を描くのか」を答える必要がある。軌跡とは，「点が動いたときにできる図形」であるからだ。本問では解答のように，「中心 (3, 0)，半径 2 の円」としたが，「円 $(x-3)^2+y^2=4$」と書いてもよい。式だけではなく図形の名称も書いておこう。

## 解説

与えられた条件から AP＝2BP ……(＊)を導いたあと，すぐに $AP=\sqrt{(x+1)^2+y^2}$，$BP=\sqrt{(x-2)^2+y^2}$ を代入してもよいけれど，これだと根号の計算に時間がかかりそうだ。だから，先に(＊)の両辺を 2 乗して，根号を含まない形にして解こう。

**確認 軌跡を求める手順**

Step1 求める点の座標を $(x,\ y)$ とし，与えられた条件を $x$，$y$ の方程式で表す。

Step2 式を整理し，その方程式の表す図形を求める。

Step3 図形を求めたら，その図形上の任意の点が与えられた条件を満たすかどうかを確かめる。

# G 三角関数

**1** (1) $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ とする。$\sin\theta=-\frac{3}{5}$ のとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。 (15 点)

(2) $\cos 75^\circ$ の値を求めよ。 (15 点)

## 解答

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から，

$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$$

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ より，$\cos\theta<0$ なので，

$$\cos\theta=-\sqrt{\frac{16}{25}}=-\frac{4}{5}\quad\text{……(答)}$$

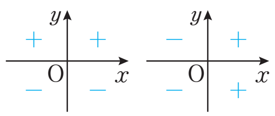
**ミス注意！**

「よって，$\cos\theta\cancel{=}\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$」

というように $\cos\theta$ の符号を考えずに，答えにしないようにしよう。

問題文に $\theta$ の範囲が指定されているときは，問題文に線を引くなどして，$\sin\theta$ や $\cos\theta$ の符号がどちらなのかを常に意識しておこう。次のような図で視覚的に覚えておくと忘れにくい。

$\sin\theta$ の符号　　$\cos\theta$ の符号




(2)

$$\cos 75^\circ$$
$$=\cos(45^\circ+30^\circ)$$
$$=\cos 45^\circ\cos 30^\circ-\sin 45^\circ\sin 30^\circ$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}$$
$$=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\quad\text{……(答)}$$

**ミス注意！**

加法定理で $\cos(\alpha\pm\beta)$，$\tan(\alpha\pm\beta)$ ときたら，符号に注意しよう。

cos，tan の加法定理は，符号が異なる箇所がある。

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$





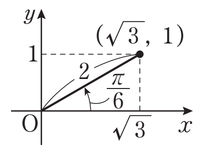
**2** $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式を解け。 (20 点)

$$\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta=-1$$

## 解答

$\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta=-1$ ……①の左辺に，三角関数の合成の公式を用いると

$$\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$$
$$=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$$
$$=2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$$




よって，①は，

$$2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=-1$$

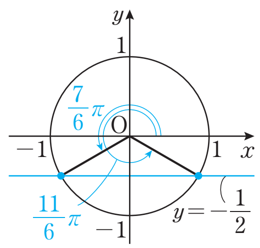
すなわち，$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$ ……②

ここで，$0\leqq\theta<2\pi$ から，

$$\frac{\pi}{6}\leqq\theta+\frac{\pi}{6}<\frac{13}{6}\pi\quad\text{……③}$$

③の範囲で②を解くと，

$$\theta+\frac{\pi}{6}=\frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi$$



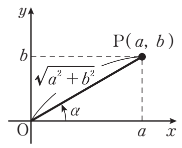

したがって，$\theta=\pi,\ \frac{5}{3}\pi$ ……(答)

**確認** 三角関数の合成

$a\sin\theta+b\cos\theta$

$=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$

ただし，$\alpha$ は下の図の角。




**ミス注意！**

三角関数の合成をするときの $(\theta+\alpha)$ の $\alpha$ をミスしないようにしよう。

$\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$

$=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}\sin\left(\theta+\cancel{\frac{\pi}{3}}\right)$

$\sin(\theta+\alpha)$ の $\alpha$ が $\frac{\pi}{3}$ か $\frac{\pi}{6}$ で迷ってミスしがち。

「三角関数の合成」をするときは，図にかいて確認しよう。

**ミス注意！**

$\theta+\frac{\pi}{6}=\frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi$ ~~……(答)~~

$\theta+\frac{\pi}{6}$ の値を解にしないように注意しよう。この問題で求めるものは $\theta$ の値だ。$\theta+\frac{\pi}{6}$ の値→$\theta$の値，この順に求めよう。

## 解説

$a\sin\theta+b\cos\theta=k$ の形の方程式を解く問題だ。まずは左辺を三角関数の合成の公式を用いて，$\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$ と変形しよう。

**確認** $a\sin\theta+b\cos\theta$ の形を含む方程式・不等式の解き方

Step1　三角関数の合成の公式を用いて，$a\sin\theta+b\cos\theta$ を $\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$ と変形する。

Step2　変形したあとの角 $\theta+\alpha$ のとりうる値の範囲に注意して解く。

※提出する課題ではありません。

学年末テスト 直前リハーサル問題
**英語解答用紙**

| 氏名 | |
|---|---|

| 総得点 |
|---|
| 点 |

1

(1) (　　　)
(2) (　　　) (　　　) (　　　)
(3) (　　　) (　　　) (　　　)
(4) (　　　) (　　　) (　　　)
(5) (　　　) (　　　)
(6) (　　　) (　　　)
(7) (　　　) (　　　)
(8) (　　　) (　　　)
(9) (　　　) (　　　) (　　　)
(10) (　　　)

1の得点 ／20

2

(1) ______
______
(2) ______
(3) ______
(4) ______
______
(5) ______

2の得点 ／20

切り取り線



3

(1) (　　　)
(2) (　　　) (　　　) (　　　) (　　　)
(　　　)
(3) (　　　) (　　　)
(4) (　　　) (　　　)
(5) (　　　) (　　　) (　　　)

3の得点 ／20

4

(1) ______
(2) ______
(3) ______
(4) ______

4の得点 ／16

5

(1) (ア　　　) (イ　　　)
(2) (①　　　) (②　　　)
(3) ______
______
(4) (　　　)

5の得点 ／24

本データの一部あるいは全部を無断で複写・複製することは、著作権法で認められている場合を除き禁じられています。© (株)ベネッセコーポレーション

切り取り線

学年末テスト 直前リハーサル問題
**数学解答用紙**

| 氏名 | |
|---|---|

| 総得点 |
|---|
| 点 |

A・B・C・D・E・F・G　←A～Gから選んだ単元に○をつけよう

| | | |
|---|---|---|
| 1 | (1) /15 | (2) /15 |
| 2 | /20 | |



※提出する課題ではありません。（1枚目）

学年末テスト 直前リハーサル問題
**数学解答用紙**

| 総得点 |
|---|
| 点 |

A・B・C・D・E・F・G　←A～Gから選んだ単元に○をつけよう

| | | |
|---|---|---|
| 1 | (1) /15 | (2) /15 |
| 2 | /20 | |

切り取り線

学年末テスト 直前リハーサル問題
**数学解答用紙**

| 氏名 | |
|---|---|

総得点
点

A・B・C・D・E・F・G　←A～Gから選んだ単元に〇をつけよう

| | | |
|---|---|---|
| 1 | (1) ／15 | (2) ／15 |
| 2 | ／20 | |



※提出する課題ではありません。（２枚目）

学年末テスト 直前リハーサル問題
**数学解答用紙**

総得点
点

A・B・C・D・E・F・G　←A～Gから選んだ単元に〇をつけよう

| | | |
|---|---|---|
| 1 | (1) ／15 | (2) ／15 |
| 2 | ／20 | |